



MOVIMENTO HARMÔNICO AMORTECIDO-FORÇADO E CIRCUITOS ELÉTRICOS INTERPRETADOS POR EQUAÇÕES DIFERENCIAIS HOMOGENEAS EM MODELOS COMPUTACIONAIS

FORCED-DAMPED HARMONIC MOTION AND ELECTRIC CIRCUITS INTERPRETED BY HOMOGENEOUS DIFFERENTIAL EQUATIONS IN COMPUTATIONAL MODELS

Denis Carlos Lima Costa¹
Márcio José Oliveira de Araújo²
Diego Alves Carvalho³
Flávio Oliveira Dias⁴
David Daniel Lira de Santana⁵
Huan Ferreira Brasil Pinheiro⁶
Ana Beatriz das Neves da Silva⁷
Erick Freitas da Costa⁸

Área Temática 08: Tecnologias Sociais, Tecnologia Educacionais e Assistivas e Tecnologia da
Informação

Modalidade: Artigo Científico

Resumo

Esse artigo defende a visão que os avanços tecnológicos, como a Inteligência Artificial, devem ser comprometidos não com a substituição humana, mas sim com o aumento da Inteligência Humana. Entende-se que a instrumentação computacional foi projetada para ser uma ferramenta que aumenta as habilidades das pessoas, principalmente, no sistema de ensino-aprendizagem. O trabalho apresenta dois estudos que articulam a interdisciplinaridade entre a Matemática, a Física e a Computação: *Caso (i)*, análise do Movimento Harmônico Amortecido-Forçado; *Caso (ii)*, estudo do comportamento da Carga Elétrica e da Corrente Elétrica em um Circuito LRC. Para ambos os casos, os modelos matemáticos são expressados por Equações Diferenciais Homogêneas de 2ª Ordem. Os modelos computacionais empregados foram implementados nas Linguagens PYTHON e OCTAVE/MATLAB. A utilização de várias linguagens tem como principal argumento que a pesquisa, envolvendo Inteligência Computacional, delineie um caminho mais centrado no ser humano, ampliando as oportunidades para a humanidade, em vez de automatizar as pessoas.

Palavras-Chave: Inteligência Computacional, Equações Diferenciais, Movimento Harmônico, Circuito Elétrico, Modelagem Física-Matemática-Computacional.

Abstract

This article defends the view that technological advances, such as Artificial Intelligence, must be committed not to human replacement, but to the increase of Human Intelligence. It is understood that computational instrumentation was designed to be a tool that increases people's skills, mainly in the

¹ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC e LICIT; denis.costa@ifpa.edu.br.

² Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; marcioj-araujo@hotmail.com.

³ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; diegoalvescarvalho87@gmail.com.

⁴ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; diasflavio95@gmail.com.

⁵ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; davidsantana1113@gmail.com.

⁶ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; huanbrasil@gmail.com.

⁷ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; ananevesifpa@gmail.com.

⁸ Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua – Bacharelado em Ciência e Tecnologia; GM²SC; efreitas256@gmail.com.



teaching-learning system. The work presents two studies that articulate the interdisciplinarity between Mathematics, Physics and Computing: *Case (i)*, Analysis of Damped-Forced Harmonic Motion; *Case (ii)*, study of the behavior of Electric Charge and Electric Current in an LRC Circuit. For both cases, the mathematical models are expressed by 2nd Order Homogeneous Differential Equations. The computational models used were implemented in PYTHON and OCTAVE/MATLAB languages. The use of several languages has as its main argument that research involving Computational Intelligence outlines a more human-centered path, expanding opportunities for humanity, instead of automating people.

Key words: Computational Intelligence, Differential Equations, Harmonic Motion, Electric Circuit, Physical-Mathematical-Computational Modeling.

1. Introdução

Todos os dias recebemos notícias de avanços tecnológicos. As novas tecnologias estão alterando nossa sociedade para uma forma de “manufatura digital”. Tais *upgrades* transformam, tão rapidamente, as economias globais que seus impactos não são captados facilmente. Esses avanços produzem implicações, muitas vezes, irreversíveis. Por exemplo, a *Organisation for Economic Co-operation and Development* – OECD, estima que 9% dos empregos nos países da OECD podem ser automatizados nos próximos 15 a 20 anos, e outros 25% correm o risco de mudanças significativas (Gurria, 2017).

A Inteligência Artificial (IA), é um claro exemplo de tecnologia que está se tornando, cada vez mais, popular. Essa tecnologia, impulsionada pelo aprendizado de máquina, *big data* e computação em nuvem é capaz de superar várias pessoas, na execução de certas funções cognitivas. Para Krenn et al (2022), com o aumento do poder computacional disponível é possível desenvolver avançados modelos, que poderão contribuir para uma nova compreensão científica.

A robótica é outra área importante em que estamos vendo mudanças. A todo instante estamos vendo robôs mais acessíveis em todo o planeta. Para o Instituto Brookings (Brookings, 2023), os robôs, automatizados ou operantes via controladores, podem reproduzir comportamentos orgânicos, de forma a reduzir a atividade instrumental anteriormente realizada por humanos.

As diversas inovações tecnológicas também promovem mudanças nas estratégias de estudo, e devem ser incorporadas aos modelos ensino-aprendizagem para poder cativar a curiosidade de alunos cada vez mais inseridos nas mudanças desse contexto dinâmico. Entretanto, o processo de atualização das formas de ensino necessita da capacitação adequada



de profissionais envolvidos com atividades educacionais. Tal fator requer a reconfiguração das habilidades estabelecidos ao longo do tempo afim de incorporar características mais adaptadas ao cenário dinâmico atual.

Silva (2016), em resposta à necessidade de novas abordagens de ensino mais modernas, analisa diversas táticas de ensino com experimentação direcionadas ao ensino da química e demais ciências, e apresenta que a abordagem investigativa promove o caráter reflexivo no aprendizado do aluno, tornando-o um elemento ativo no processo, de maneira que este elabore métodos para solucionar problemas propostos. Esta abordagem cativa a curiosidade do aluno, aumentando seu interesse pelo conteúdo, assim como promovendo questionamentos por parte deste indivíduo.

Em meio às mudanças provocadas pela pandemia, decorrente do COVID-19, Afonso et al (2020) analisaram a preparação dos professores para o ensino remoto. Este estudo demonstrou que 57,9% dos professores de pré-escola não possuíam treinamento específico em Microsoft Office, e que 52,6% dos professores com treinamento para o ensino a distância estavam concentrados no ensino superior. Portanto, é perceptível a ausência de estratégias e capacitações adequadas às demandas do mundo digital atual.

Este estudo identificou a ausência de uma abordagem de ensino-aprendizagem para a compreensão dos Movimentos Harmônicos Amortecido-Forçado e de Circuitos Elétricos, que utilize métodos de Inteligência Computacional (IC), como instrumento para representar as propriedades de sistemas físicos. Tais fenômenos são difíceis de se replicar em laboratórios analógicos. A lacuna apresentada por este cenário seria intensivamente beneficiada a partir da introdução de simulações computacionais, o que tornaria possível elevar o nível dos *insights*, fundamentais para a compreensão científica.

Substancialmente, essa pesquisa propõe uma solução adaptada às tecnologias atuais, baseada em IC, que atue como uma estratégia para aprimorar a compreensão dos conteúdos de Movimentos Harmônicos e Circuitos Elétricos. O produto da IC proposta é um avanço tecnológico com perspectiva científica. Espera-se que ela possa ser aplicada em pesquisas que atendam a melhor relação socioambiental. Apesar de não se conhecer exemplos de IA atuando como um autêntico gerenciador de ideias à ciência, estima-se, com esse trabalho, que as



características aplicadas pela IC sejam relevantes para análise e interpretações de sistemas modelados por Equações Diferenciais Homogêneas.

2. Metodologia

A metodologia aplicada nessa pesquisa foi inspirada nos trabalhos de Costa et al (2019) e Costa, et al (2021a). Esses trabalhos destacam a importância da Lógica de Programação (LP) para a interpretação de fenômenos naturais mediante a implementação de modelos computacionais. A LP pode ser entendida como um conjunto de estratégias que conectam ideias e transformam os pensamentos em representações do fenômeno estudado.

Nesse artigo o arcabouço aplicado está baseado em Equações Diferenciais Homogêneas de 2ª Ordem. Segundo Zill e Cullen (2001), uma Equação Diferencial é aquela que contém as Diferenciais (ou derivadas) de uma função não conhecida, em relação a uma variável independente. Para o caso de uma Equação Diferencial Homogênea de 2ª Ordem ela terá a forma representada pela Equação (1).

$$P(t) \frac{d^2x}{dt^2} + Q(t) \frac{dx}{dt} + R(t)x = G(t) \quad (1)$$

em que, $P(t)$, $Q(t)$, $R(t)$ são funções contínuas e $G(t) = 0$.

Cunha (2021) identifica que há uma relevante dificuldade em associar aplicações da Matemática no cotidiano discente. Esse fato, realça a importância do caráter prático da Matemática no ensino. Costa et al (2021b) destacam como a interdisciplinaridade poderá mitigar essa dificuldade, estruturando modelos matemáticos-computacionais que corroborem com o processo de ensino-aprendizagem.

A Equação (2) apresenta uma Equação Diferencial Homogênea de 2ª Ordem (EDH20), genérica. A sua solução pode ser obtida a partir da resolução algébrica da Equação Característica.

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 6 \frac{dy}{dt} + 13y = 0 \quad (2)$$

O modelo matemático-computacional implementado em Linguagem PYTHON, na IDE (*Integrated Development Environment*) Spyder, está representado na Figura 01.



Figura 1: Código-fonte para uma EDH2O em PYTHON.

```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Jun 16 21:35:23 2023
4
5 @author: Gradiente de Modelagem Matemática e
6         Simulação Computacional - GM2SC
7 """
8 import numpy as np
9 import matplotlib.pyplot as plt
10 from scipy.integrate import odeint
11 print('====> Cálculo Diferencial e Computacional III <====')
12 print('--> Equações Diferenciais Homogêneas de 2ª Ordem <--')
13 # Intervalo de tempo de 0 a 2, com 100 pontos de observação
14 vetor_t = np.linspace(0, 2, 100)
15 y0 = np.array([1, 0])
16 def func(y, t):
17     return np.array([y[1], 6*y[0] - 13*t])
18 solucao = odeint(func, y0, vetor_t)
19 t = vetor_t
20 y = solucao
21 plt.figure(1)
22 plt.plot(t, y[:,0], 'b', linewidth=2)
23 plt.plot(t, y[:,1], 'r', linewidth=2)
24 plt.xlabel('t')
25 plt.ylabel('y & dy/dt')
26 plt.legend(['y=f(t)', 'dy/dt'])
27 plt.grid(True)
28
29 plt.figure(2)
30 plt.plot(t, y[:,0], 'b', linewidth=2)
31 plt.xlabel('t')
32 plt.ylabel('y')
33 plt.legend(['y=f(t)'])
34 plt.grid(True)
35
36 plt.figure(3)
37 plt.plot(t, y[:,1], 'r', linewidth=2)
38 plt.xlabel('t')
39 plt.ylabel('dy/dt')
40 plt.legend(['dy/dt'])
41 plt.grid(True)
42 print('--- Fim da Simulação ---')
```

Fonte: Autoras(es).

As Figuras 2, 3 e 4, geradas a partir do código-fonte em *Spyder/PYTHON*, mostram o comportamento da Equação (2), destacando

$$y = f(t) \text{ e } y' = \frac{dy}{dt}.$$



XVI SICOOPEs & VII FECITIS

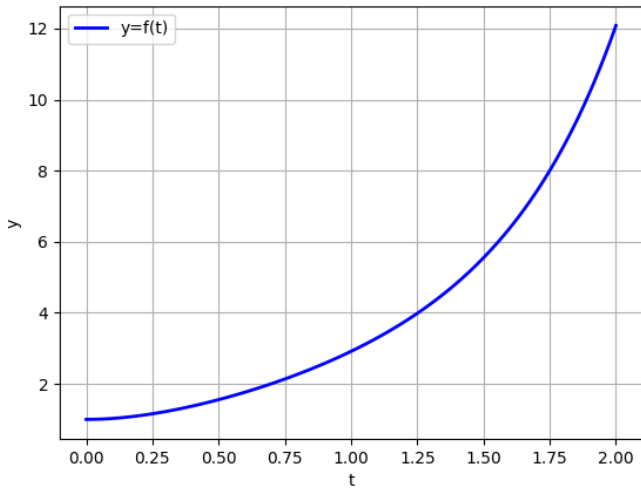
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE DESENVOLVIMENTO RURAL
SUSTENTÁVEL COOPERATIVISMO E ECONOMIA SÓLIDÁRIA

FEIRA DE CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÃO SOCIAL

29 AGO
à 01 SET

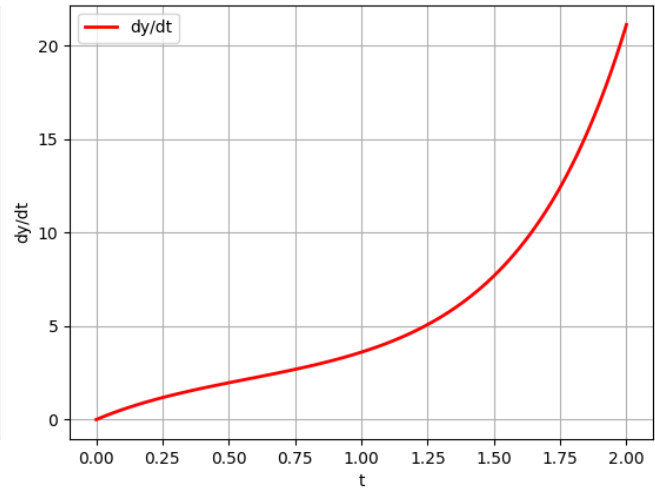
IFPA CASTANHAL

Figura 2: Comportamento de $y = f(t)$.



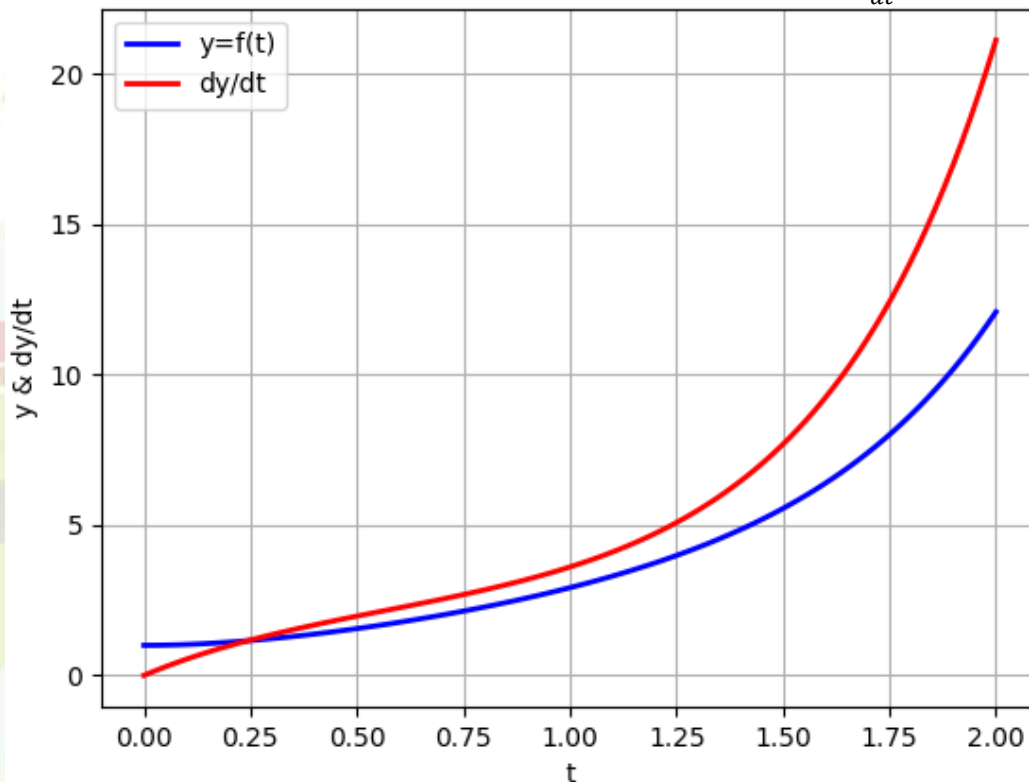
Fonte: Autoras(es).

Figura 3: Comportamento de $y' = \frac{dy}{dt}$.



Fonte: Autoras(es).

Figura 4: Comportamento de $y = f(t)$ e $y' = \frac{dy}{dt}$.



Fonte: Autoras(es).

Instituições Financiadoras



O modelo matemático-computacional implementado em Linguagem MATLAB/OCTAVE, está representado na Figura 5.

Figura 5: Código-fonte para uma EDH2O em MATLAB/OCTAVE.

```
1   clc; clear all;
2   disp('-> Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional-GM2SC <-')
3   disp('====> Cálculo Diferencial e Computacional III <====')
4   disp('---> Equações Diferenciais Homegêneas de 2ª Ordem <---')
5   % Ex: y''- 6y'+ 13y = 0
6   % y' = x --> x(2)
7   % y'' = 6y' - 13y --> x(2) = 6*x(1) - 13*y
8   vetor_t = [0 2];
9   x0 = [1;0];
10  func = @(y,x) [x(2) ;
11               6*x(1)-13*y];
12  options = odeset('Abstol',1e-6,'Reltol',1e-6);
13  [y,x] = ode45(func,vetor_t,x0, options);
14  %%
15  figure (1)
16  plot(y,x,'LineWidth',2)
17  xlabel('Valores de t')
18  ylabel('y & dy/dt')
19  legend('y = f(t)','dy/dt')
20  grid on
21  %% -----
22  figure (2)
23  plot(y,x(:,1),'b','LineWidth',2)
24  xlabel('Valores de t')
25  ylabel('Valores de y')
26  legend('y = f(t)')
27  grid on
28  %% -----
29  figure (3)
30  plot(y,x(:,2),'r','LineWidth',2)
31  xlabel('Valores de t')
32  ylabel('Valores de dy/dt')
33  legend('dy/dt')
34  grid on
35  disp('--- Fim da Simulação ---')
```

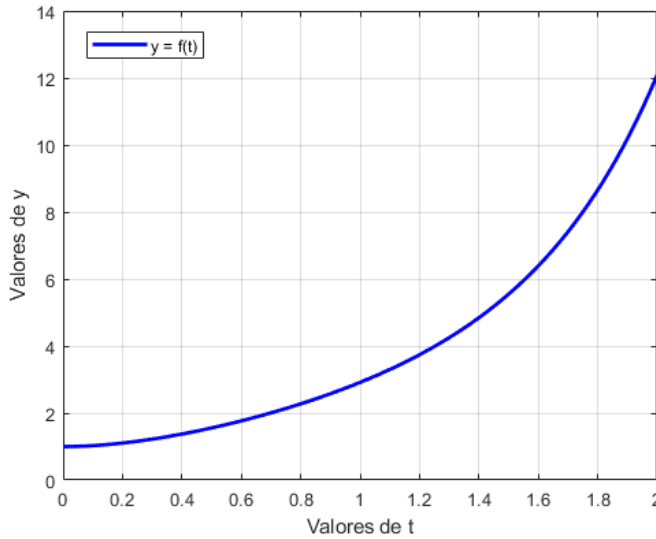
Fonte: Autoras(es).

As Figuras 6, 7 e 8, geradas a partir do código-fonte em OCTAVE/MATLAB, mostram o comportamento da Equação (2), destacando

$$y = f(t) \text{ e } y' = \frac{dy}{dt}.$$

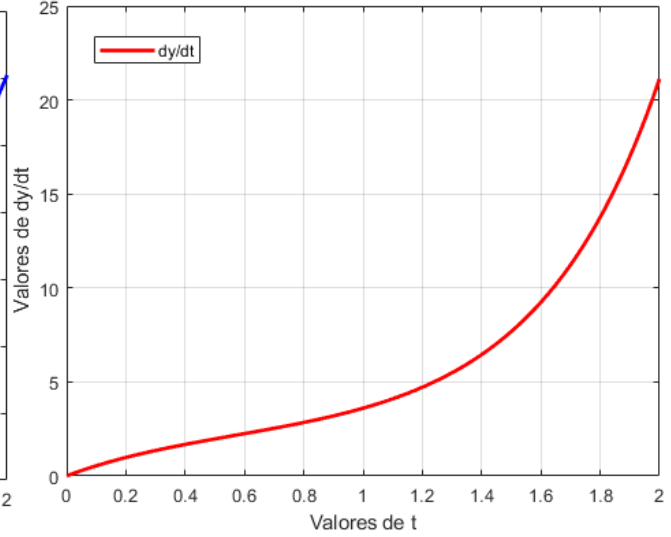


Figura 6: Comportamento de $y = f(t)$.



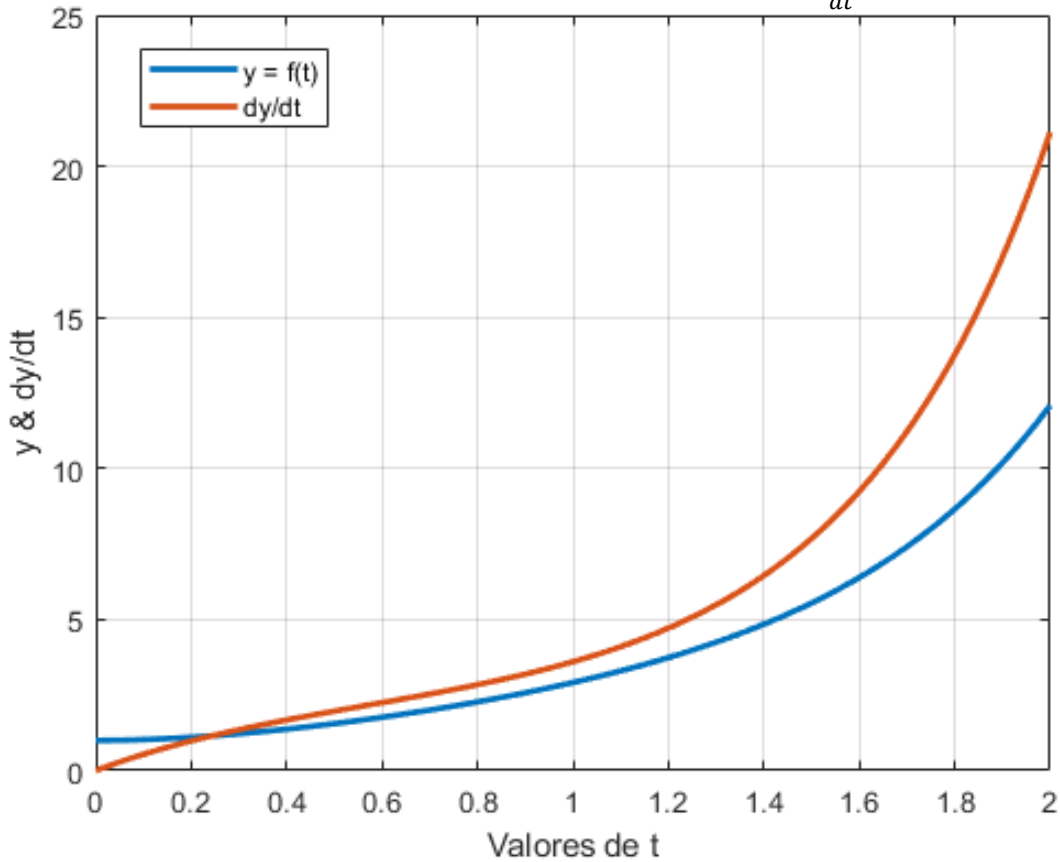
Fonte: Autoras(es).

Figura 7: Comportamento de $y' = \frac{dy}{dt}$.



Fonte: Autoras(es).

Figura 8: Comportamento de $y = f(t)$ e $y' = \frac{dy}{dt}$.

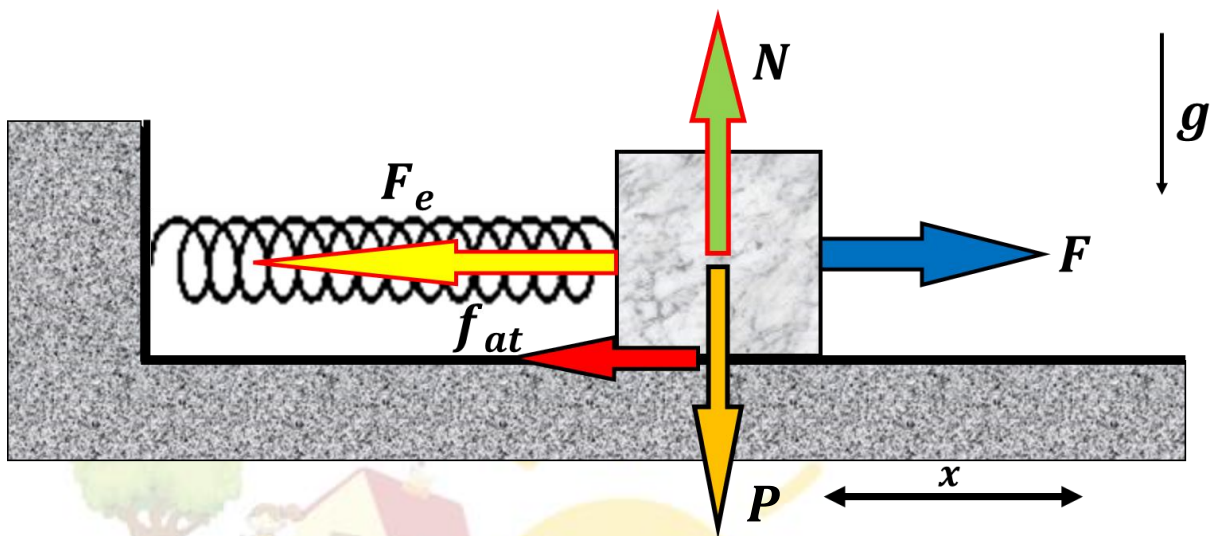


Fonte: Autoras(es).



Por conseguinte, a sistemática aplicada nesse trabalho interliga a Matemática e a Computação na interpretação de fenômenos da Física. Dois casos são estudados: *Caso (i)* → Movimento Harmônico Amortecido-Forçado: em um sistema Corpo-Mola, a força $F = P \cdot \text{sen}(\omega t)$ impõe movimento ao corpo de massa m . Considerando a força de atrito entre o bloco e o solo, dada por f_{at} , analise o comportamento do movimento nesse sistema, representado na Figura 9.

Figura 9: Representação do Sistema corpo-mola.



Fonte: Autores(as).

Sendo,

k → Constante elástica da mola;

m → Massa do bloco;

g → Aceleração da gravidade no local;

μ → Coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano horizontal;

ω → Velocidade angular do bloco;

t → Intervalo de tempo utilizado na observação da oscilação.

A modelagem matemática aplicada está representada pelo sistema de equações a seguir:

$$F = P \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$f_{at} = \mu \cdot N$$

$$P = m \cdot g$$

Força Elástica → Lei de Hooke:



$$F_e = k \cdot x$$

Força Resultante \rightarrow 2ª Lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \leftrightarrow F_R = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

Modelo Matemático do *caso (i)*, está expresso na Equação (3).

$$F_R = F - f_{at} - F_e$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} - [P \cdot \text{sen}(\omega t) - \mu \cdot N - k \cdot x] = 0 \quad (3)$$

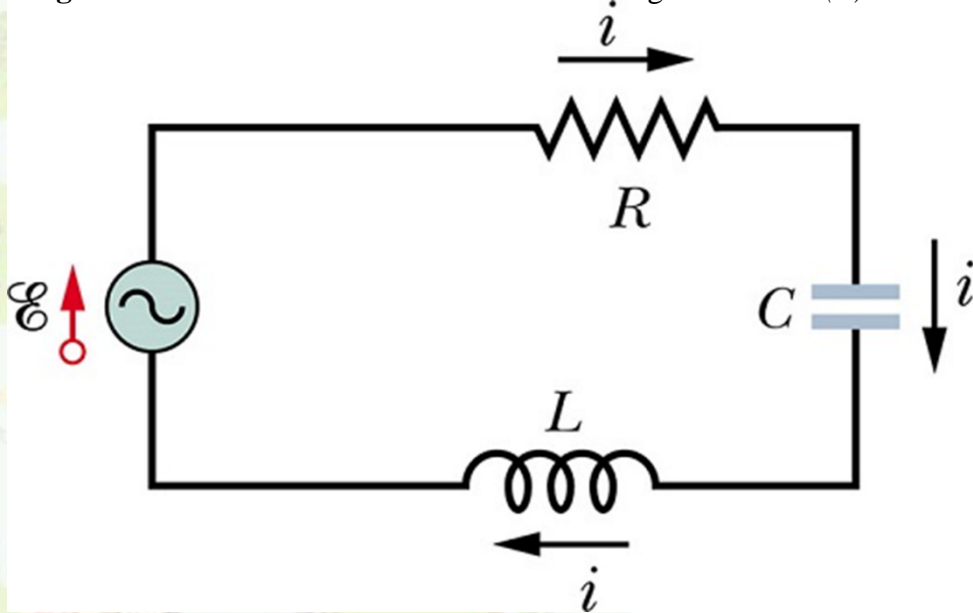
Caso (ii) \rightarrow Circuitos Elétricos: Nas Redes Elétricas, onde há indutor, resistor e capacitor, o comportamento da energia é dado por uma Equação Diferencial Homogênea de 2ª Ordem, representada pela Equação (4).

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E(t) \quad (4)$$

Sendo,

Q \rightarrow a carga total no banco de capacitores no instante t ; $I(t)$ \rightarrow a taxa de variação da carga em relação ao tempo, ou seja, a Corrente Elétrica; R \rightarrow a Resistência elétrica total da rede; L \rightarrow a Indutância do sistema; C \rightarrow a Capacitância do sistema; $E(t)$ \rightarrow a Tensão Elétrica distribuída ao circuito, conforme mostra Figura 10.

Figura 10: Circuito elétrico utilizado na modelagem do *Caso (ii)*.



Fonte: Autores(as).



A modelagem matemática aplicada está representada pelo sistema de equações a seguir:

Corrente Elétrica → Lei de Ohm:

$$I(t) \rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R}$$

Circuito Elétrico → Lei de Kirchhoff:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = E(t)$$

Modelo Matemático:

$$L \cdot \frac{d^2Q}{dt^2} = E(t) - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} \rightarrow \frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{1}{L} \left[E(t) - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} \right] \quad (5)$$

3. Resultados/Discussões

Todas as resoluções, matemáticas-computacionais, das Equações Diferenciais estão elaboradas nas Linguagens PYTHON e MATLAB/OCTAVE.

Estudo de Caso (i) → Nesse estudo foram consideradas, para o Movimento Harmônico Amortecido-forçado, as seguintes informações *a priori*:

$k = 5N/m$ → Constante elástica da mola;

$m = 10kg$ → Massa do bloco;

$g = 9.83 m/s^2$ → Aceleração da gravidade no local;

$\mu = 0.25$ → Coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano horizontal;

$\omega = 4rad/s$ → Velocidade angular do bloco;

$t = [0; 20]s$ → Intervalo de tempo utilizado na observação da oscilação.

A Figura 11 descreve a resolução computacional da Equação Diferencial, exibida na Equação (3). Essa implementação foi desenvolvida em Linguagem PYTHON 3.8.10, na IDE Spyder 5.4.3. (*Scientific PYthon Development Environment*).



Figura 11: Código-fonte para o Caso (i), em PYTHON.

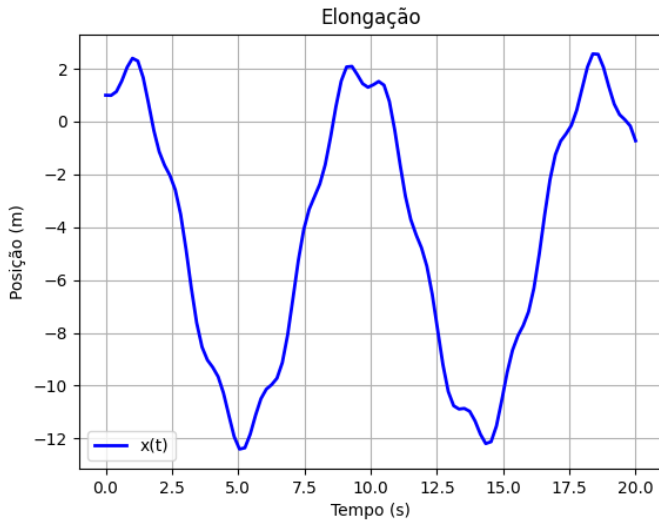
```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Jun 16 21:20:16 2023
4
5 @author: Gradiente de Modelagem Matemática e
6         Simulação Computacional - GM2SC
7 """
8
9 import numpy as np
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 from scipy.integrate import odeint
12 print('=====> Cálculo Diferencial e Computacional III <=====')
13 print('--> Aplicações de Equações Diferenciais de 2a Ordem: MHAF <--')
14 vetor_t = np.linspace(0, 20, 100) # Intervalo de tempo de 0 a 20, com 100 pontos
15 y0 = np.array([1, 0])
16 k = 5; m = 10; g = 9.83; mi = 0.25; w = 4
17 def func(y, t):
18     return np.array([y[1], 1/m*(m*g*np.sin(w*t)-mi*m*g-k*y[0])])
19 solucao = odeint(func, y0, vetor_t)
20 t = vetor_t
21 y = solucao
22
23 plt.figure(1)
24 plt.plot(t, y[:,0], 'b', linewidth=2)
25 plt.plot(t, y[:,1], 'r', linewidth=2)
26 plt.xlabel('Tempo (s)')
27 plt.ylabel('Posição (m), Velocidade (m/s)')
28 plt.legend(['x(t)', 'v(t)'])
29 plt.title('MHAF')
30 plt.grid(True)
31
32 plt.figure(2)
33 plt.plot(t, y[:,0], 'b', linewidth=2)
34 plt.xlabel('Tempo (s)')
35 plt.ylabel('Posição (m)')
36 plt.legend(['x(t)'])
37 plt.title('Elongação')
38 plt.grid(True)
39
40 plt.figure(3)
41 plt.plot(t, y[:,1], 'r', linewidth=2)
42 plt.xlabel('Tempo (s)')
43 plt.ylabel('Velocidade (m/s)')
44 plt.legend(['v(t)'])
45 plt.title('Velocidade')
46 plt.grid(True)
47 print('--- Fim Da Simulação 1 ---')
```

Fonte: Autores(as).

Os resultados, apresentados nas Figuras 12, 13 e 14, retratam os comportamentos do fenômeno, destacando as variações da Elongação e da Velocidade Linear, respectivamente, $E = x(t)$ e $v = \frac{dx}{dt}$, gerados em simulações computacionais no *Spyder/PYTHON*.

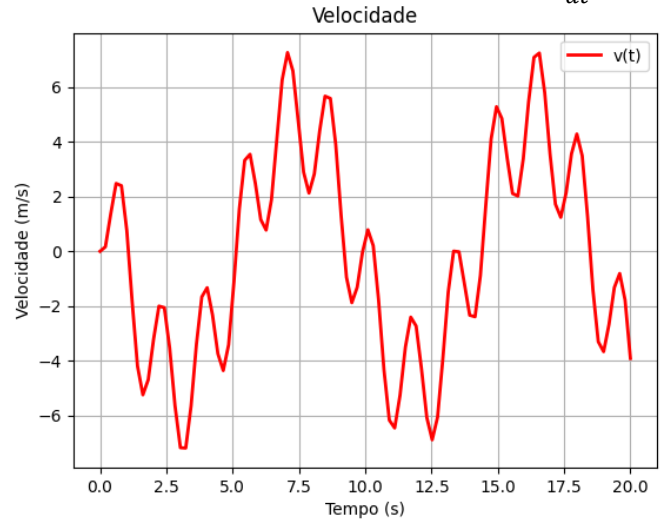


Figura 12: Elongação, $E = x(t)$.



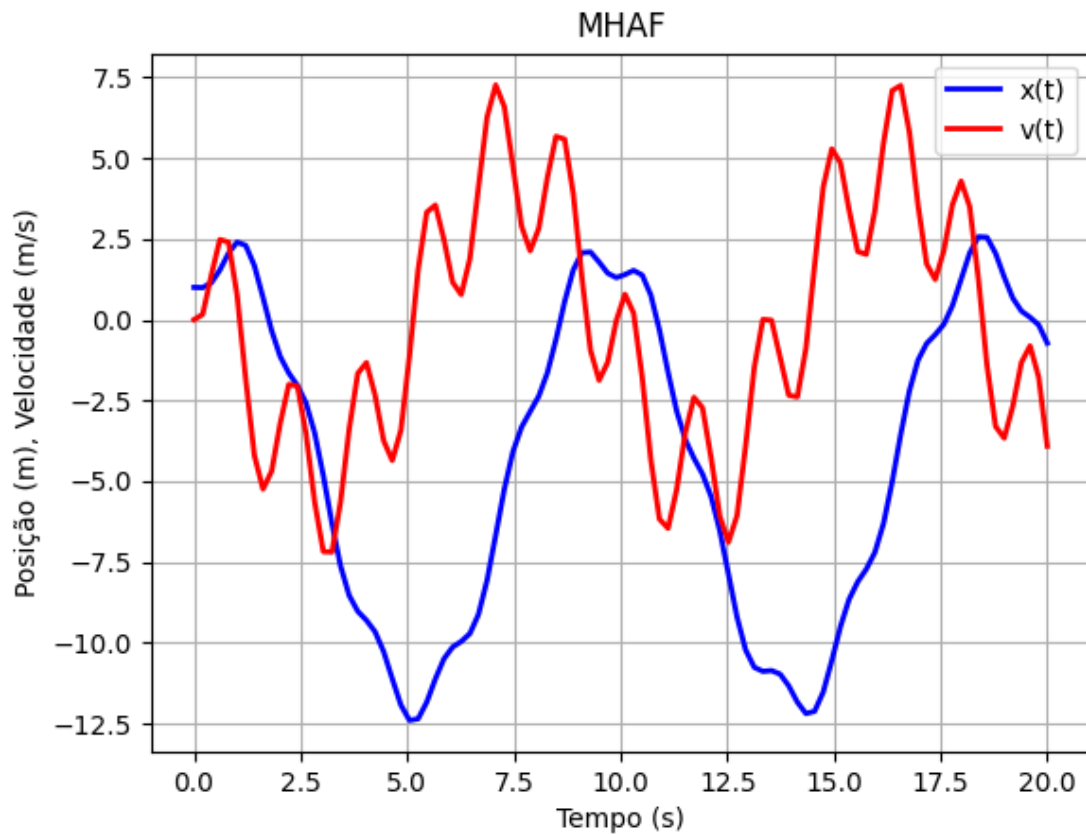
Fonte: Autores(as).

Figura 13: Velocidade Linear, $v = \frac{dx}{dt}$.



Fonte: Autores(as).

Figura 14: Elongação e Velocidade Linear, respectivamente, $E = x(t)$ e $v = \frac{dx}{dt}$.



Fonte: Autores(as).



A Figura 15 descreve a resolução computacional da Equação Diferencial, exibida na Equação (3). Essa implementação foi desenvolvida em Linguagem *OCTAVE*, versão 8.2.0, mas também poderá ser executada em Linguagem *MATLAB*.

Figura 15: Código-fonte para o *Caso (i)*, em *OCTAVE/MATLAB*.

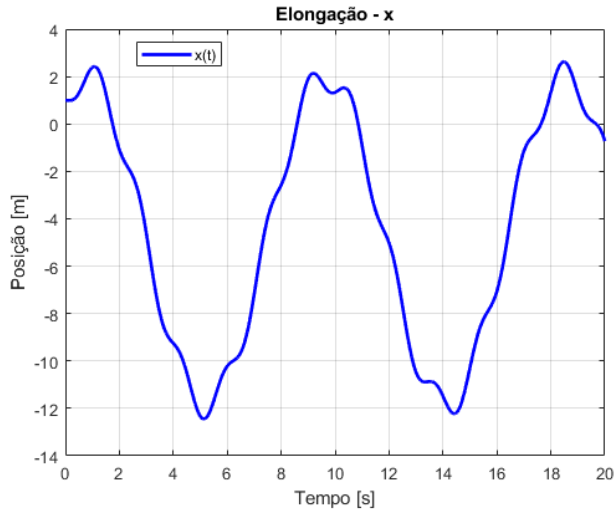
```
1 clear all; clc;
2 disp('-> Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional-GM2SC <-')
3 disp('=====> Cálculo Diferencial e Computacional III <=====')
4 disp('--> Simulações Computacionais com Equações Diferenciais de 2ª Ordem <--')
5 %%
6 vetor_t = [0 20];
7 y0 = [1;0];
8 k=5; m=10; g=9.83; mi=0.25; w=4;
9 func = @(t,y) [y(2) ;
10              1/m*(m*g*sin(w.*t)-mi*m*g-k*y(1))];
11 options = odeset('Abstol',1e-6,'Reltol',1e-6);
12 [t,y] = ode45(func,vetor_t,y0, options);
13 figure (1)
14 plot(t,y,'LineWidth',2)
15 xlabel('Tempo [s]')
16 ylabel('Posição [m],Velocidade [m/s]')
17 legend('x(t)','v(t)')
18 title('MHAF')
19 grid on
20 %% -----
21 figure (2)
22 plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',2)
23 xlabel('Tempo [s]')
24 ylabel('Posição [m]')
25 legend('x(t)')
26 title('Elongação - x')
27 grid on
28 %% -----
29 figure (3)
30 plot(t,y(:,2),'r','LineWidth',2)
31 xlabel('Tempo [s]')
32 ylabel('Velocidade [m/s]')
33 legend('v(t)')
34 title('Velocidade - v')
35 grid on
```

Fonte: Autores(as).

Os resultados, apresentados nas Figuras 16, 17 e 18, retratam os comportamentos do fenômeno, destacando as variações da Elongação e da Velocidade Linear, respectivamente, $E = x(t)$ e $v = \frac{dx}{dt}$, gerados em simulações computacionais no *OCTAVE/MATLAB*.

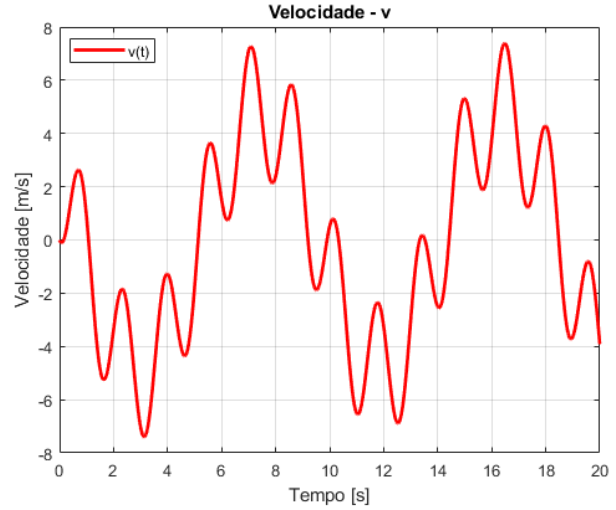


Figura 16: Elongação, $E = x(t)$.



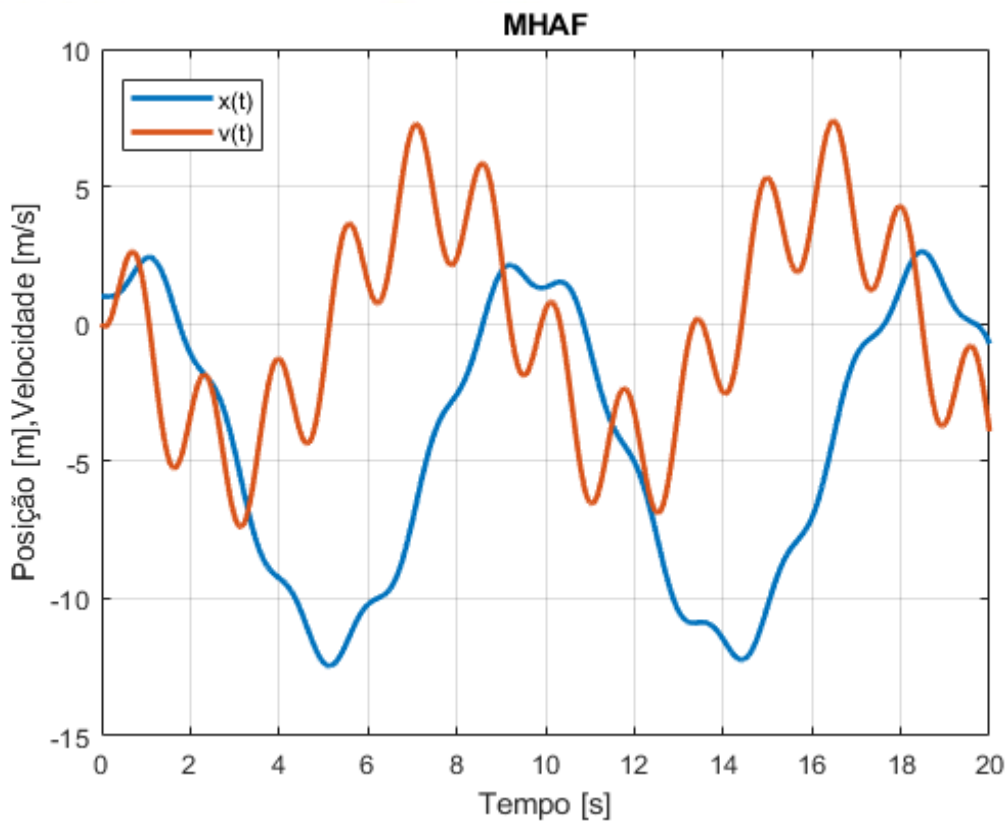
Fonte: Autores(as).

Figura 17: Velocidade Linear, $v = \frac{dx}{dt}$.



Fonte: Autores(as).

Figura 18: Elongação e Velocidade Linear, respectivamente, $E = x(t)$ e $v = \frac{dx}{dt}$.



Fonte: Autores(as).



Estudo de Caso (ii) → Nesse estudo foram consideradas, para a análise do Circuitos Elétrico, as seguintes informações *a priori*: $Q=4C$; $i(0)=1A$; $R = 0.2\Omega$; $L=10H$; $C=0.03F$; $E(t) =120V$.

A Figura 19 descreve a resolução computacional na Equação (5). Essa implementação foi desenvolvida em Linguagem PYTHON, na *IDE Spyder 5.4.3*.

Figura 19: Código-fonte para o *Caso (ii)*, em PYTHON

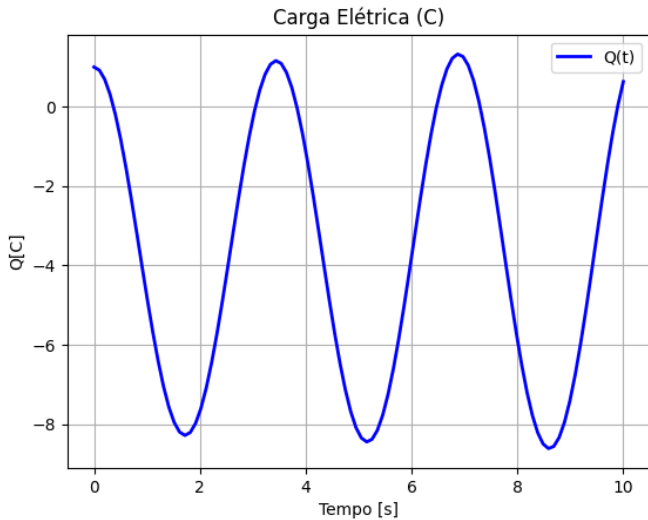
```
1 # -*- coding: utf-8 -*-
2 """
3 Created on Fri Jun 16 21:24:30 2023
4
5 #author: Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional - GM2SC
6 """
7 import numpy as np
8 import matplotlib.pyplot as plt
9 from scipy.integrate import odeint
10 print('=====> Cálculo Diferencial e Computacional III <=====')
11 print('--> Aplicações de Equações Diferenciais de 2ª Ordem: Circuito Elétrico <--')
12 # Intervalo de tempo de 0 a 10, com 100 pontos
13 vetor_t = np.linspace(0, 10, 100)
14 i0 = [1, 0]; Q = 4; R = 0.2; L = 10; C = 0.03; E = 120
15
16 def func(i, t):
17     return [i[1], -1/L*(E - R*i[1] + i[0]/C)]
18
19 solucao = odeint(func, i0, vetor_t)
20 t = vetor_t
21 i = solucao
22
23 plt.figure(1)
24 plt.plot(t, i[:,0], 'b', linewidth=2)
25 plt.plot(t, i[:,1], 'r', linewidth=2)
26 plt.xlabel('Tempo [s]')
27 plt.ylabel('Q[C] e i[A]')
28 plt.legend(['Q(t)', 'i(t)'])
29 plt.title('Circuito Elétrico')
30 plt.grid(True)
31
32 plt.figure(2)
33 plt.plot(t, i[:,0], 'b', linewidth=2)
34 plt.xlabel('Tempo [s]')
35 plt.ylabel('Q[C]')
36 plt.legend(['Q(t)'])
37 plt.title('Carga Elétrica (C)')
38 plt.grid(True)
39
40 plt.figure(3)
41 plt.plot(t, i[:,1], 'r', linewidth=2)
42 plt.xlabel('Tempo [s]')
43 plt.ylabel('i[A]')
44 plt.legend(['i(t)'])
45 plt.title('Corrente Elétrica')
46 plt.grid(True)
47 print('--- Fim da Simulação 2 ---')
```

Fonte: Autores(as).



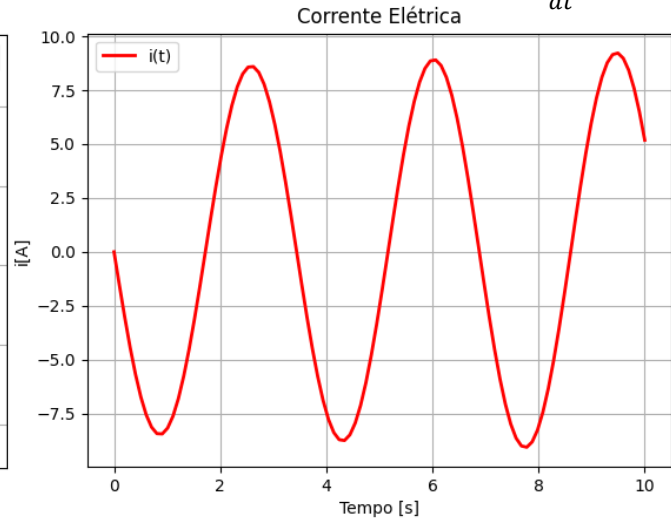
As Figuras 20, 21 e 22, retratam o comportamento do sistema elétrico, destacando as variações da Quantidade de Carga Elétrica e da Corrente Elétrica, respectivamente, $Q(t)$ e $i(t) = \frac{dQ}{dt}$, gerados em simulações computacionais no *Spyder/PYTHON*.

Figura 20: Carga elétrica, $Q(t)$.



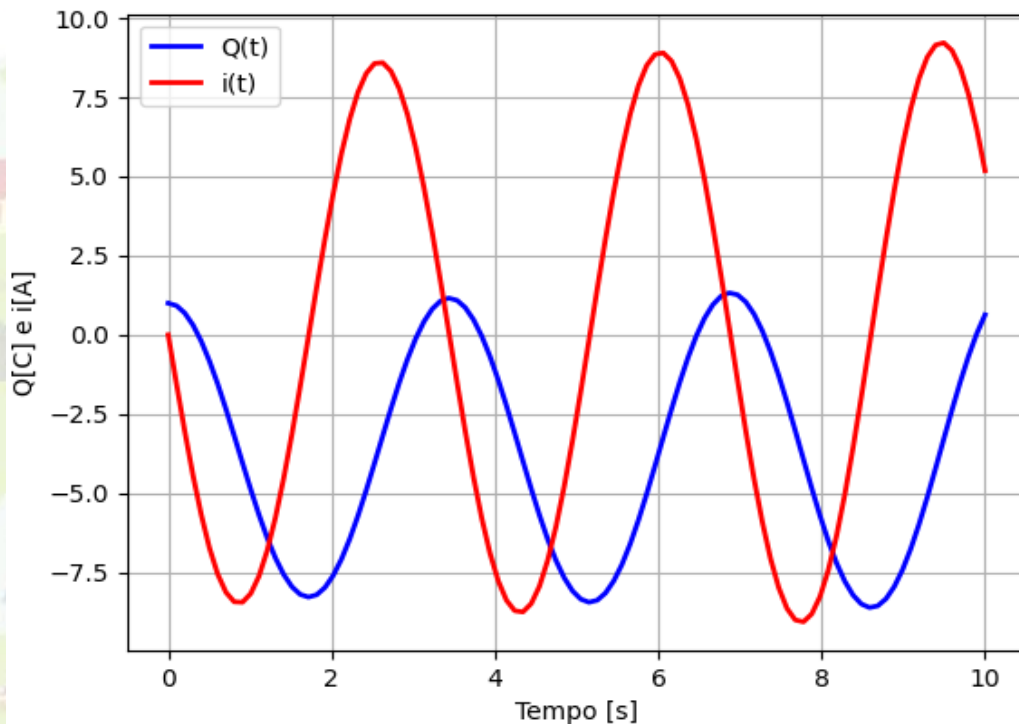
Fonte: Autores(as).

Figura 21: Corrente elétrica, $i(t) = \frac{dQ}{dt}$.



Fonte: Autores(as).

Figura 22: Carga elétrica, Corrente elétrica, respectivamente, $Q(t)$ e $i(t) = \frac{dQ}{dt}$.
Circuito Elétrico



Fonte: Autores(as).



A Figura 23 descreve a resolução computacional na Equação (5). Essa implementação foi desenvolvida em Linguagem *OCTAVE*, mas também poderá ser executada em *MATLAB*.

Figura 23: Código-fonte para o *Caso (ii)*, em *OCTAVE/MATLAB*.

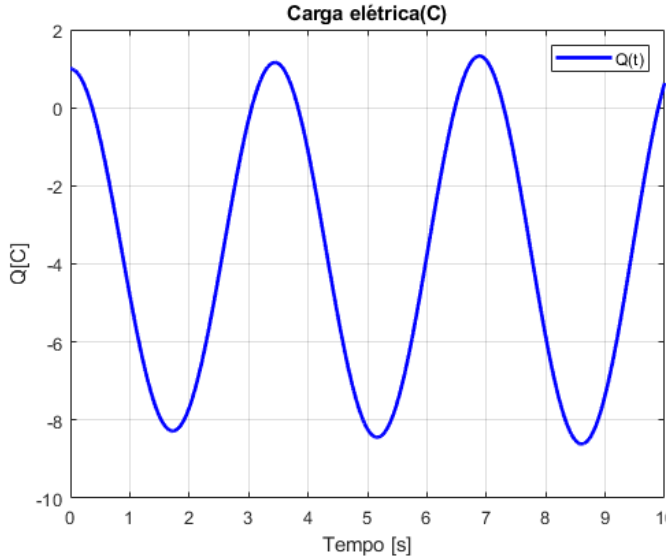
```
1 clear all; clc;
2 disp('-> Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional-GM2SC <-')
3 disp('=====> Cálculo Diferencial e Computacional III <=====')
4 disp('-> Aplicações de Equações Diferenciais de 2ª Ordem: Circuito Elétrico <-')
5 vetor_t = [0 10];
6 i0 = [1;0];
7 Q = 4; R = 0.2; L = 10; C = 0.03; E = 120;
8 func = @(t,i) [i(2) ;
9             -1/L*(E - R.*i(2) + i(1)./C)];
10 options = odeset('Abstol',1e-6,'Reltol',1e-6);
11 [t,i] = ode45(func,vetor_t,i0, options);
12 %% -----
13 figure (1)
14 plot(t,i,'LineWidth',2)
15 xlabel('Tempo [s]')
16 ylabel('Q[C] e i[A]')
17 legend('Q(t)','i(t)')
18 title('Circuito Elétrico')
19 grid on
20 %% -----
21 figure (2)
22 plot(t,i(:,1),'b','LineWidth',2)
23 xlabel('Tempo [s]')
24 ylabel('Q[C]')
25 legend('Q(t)')
26 title('Carga elétrica(C)')
27 grid on
28 %% -----
29 figure (3)
30 plot(t,i(:,2),'r','LineWidth',2)
31 xlabel('Tempo [s]')
32 ylabel('i[A]')
33 legend('i(t)')
34 title('Corrente Elétrica')
35 grid on
36 disp('--- Fim da Simulação 2 ---')
```

Fonte: Autores(as).

As Figuras 24, 25 e 26, exibem o comportamento do sistema elétrico, destacando as variações da Quantidade de Carga Elétrica e da Corrente Elétrica, respectivamente, $Q(t)$ e $i(t) = \frac{dQ}{dt}$, gerados em simulações computacionais no *OCTAVE/MATLAB*.

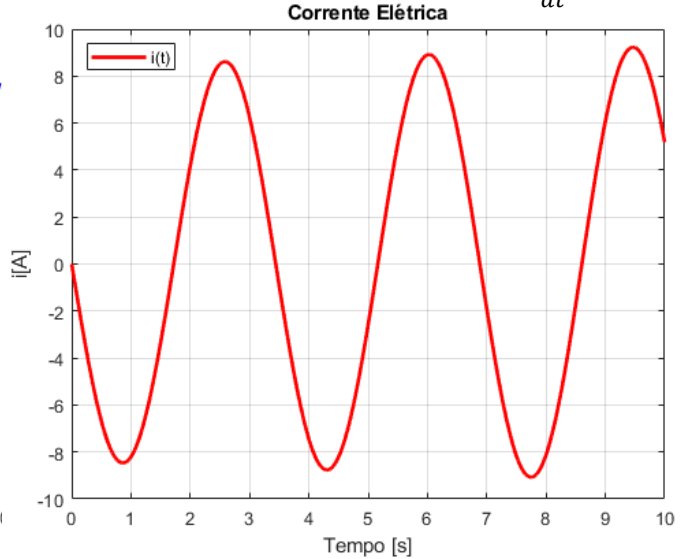


Figura 24: Carga elétrica, $Q(t)$.



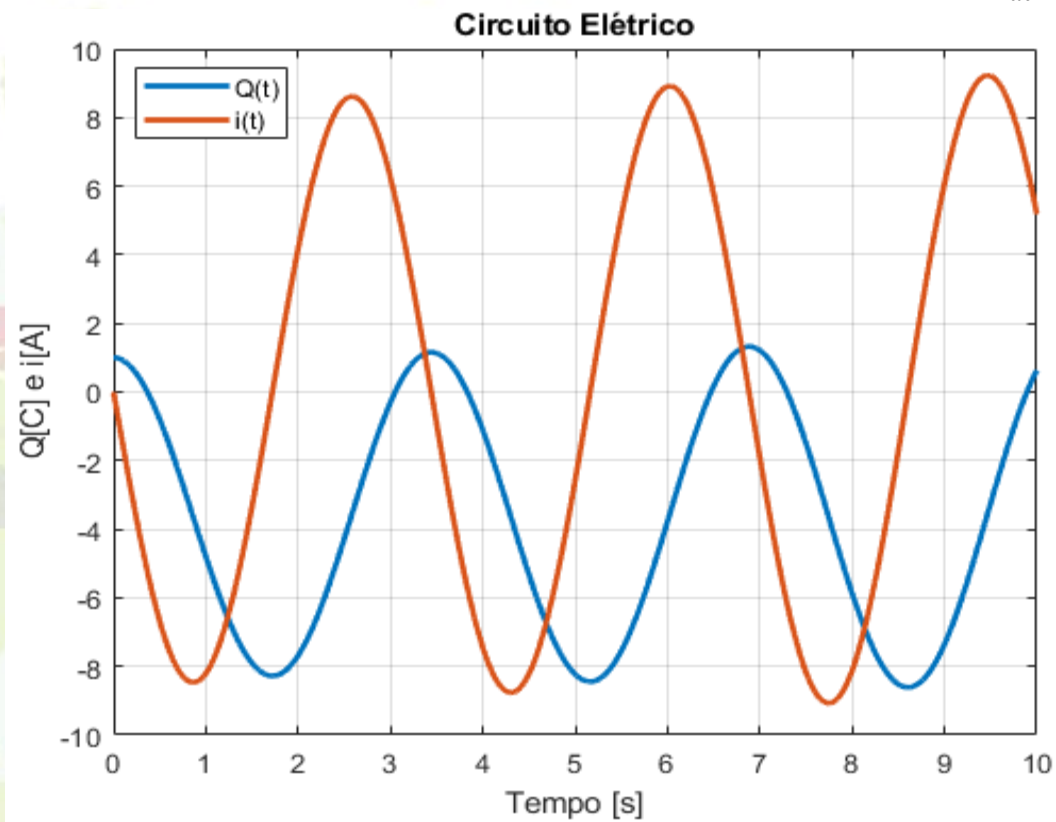
Fonte: Autores(as).

Figura 25: Corrente elétrica, $i(t) = \frac{dQ}{dt}$.



Fonte: Autores(as).

Figura 26: Carga elétrica, Corrente elétrica, respectivamente, $Q(t)$ e $i(t) = \frac{dQ}{dt}$.



Fonte: Autores(as).



4. Considerações Finais

O presente artigo propôs a difusão de mecanismos tecnológicos capazes de facilitar o avanço científico, mediante o aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem. Com a estimativa de que, aproximadamente, 10% dos empregos mundiais possam ser automatizados nos próximos 15 anos, a utilização de ferramentas computacionais no ensino deverá ter um crescimento geométrico para atender essa expectativa.

Instrumentos como a Inteligência Artificial e a Robótica já estão entre nós. A popularização dessas ferramentas começa com a Inteligência Computacional. E esse trabalho mostrou que essa Inteligência Computacional pode ser desenvolvida pela interdisciplinaridade entre a Matemática, a Física e, indubitavelmente, pela Computação.

Utilizou-se as Equações Diferenciais Homogêneas de 2ª Ordem para explicar dois fenômenos da Física: O Movimento Harmônico Amortecido-Forçado e o Comportamento das Cargas Elétricas em um circuito. Os estudos dos episódios foram realizados por meio de modelos computacionais, implementados a partir dos modelos matemáticos.

A Ciência e a Tecnologia foram interligadas por Linguagens Computacionais: PYTHON e OCTAVE/MATLAB. A ideia de manipular distintas linguagens está relacionada com a ampliação das possibilidades dedicadas às(aos) docentes, discentes e pesquisadoras(es).

Os resultados revelaram que as soluções encontradas, em todas as linguagens aplicadas, são similares. Isso proporciona, às(aos) interessadas(os) em adotar essa metodologia, uma segurança das soluções obtidas, uma vez que a acurácia e precisão foram atingidas.

Para pesquisas futuras estima-se a aplicação da Inteligência Computacional como algoritmo de otimização para eventos naturais randômicos, ou que ainda não sejam interpretados por padrões conhecidos.

5. Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – IFPA *Campus* Ananindeua, cuja gestão oportunizou e motivou o desenvolvimento dessa pesquisa.

Ao Bacharelado em Ciência e Tecnologia, por subsidiar conhecimento científico que fundamentou à realização desse artigo.



Ao grupo de pesquisa Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional – GM²SC, cujos participantes demonstraram estímulo e competência para a implementação desse trabalho.

6. Referências Bibliográficas

AFONSO, P.; TRINDADE, B.; SANTOS, D.; POCINHO, R.; SILVEIRA, P.; SILVA, P. **Teachers' Adaptation to Technologies During the Pandemic by COVID-19**. In Proceedings of the Eighth International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, Salamanca, Spain, 21–23 October 2020; pp. 817–820.

BROOKINGS, Institute. **The Turing Transformation: Artificial intelligence, intelligence augmentation, and skill premiums**. <https://www.brookings.edu/research/the-turing-transformation-artificial-intelligence-intelligence-augmentation-and-skill-premiums/>. 2023.

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., & NEVES, Lucas P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., Silva, Hugo C. M. da, & Silva, Silvio T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. (1st ed.). Belém, PA, SINEPEM-IFPA. 2021.

COSTA, Heictor A. de O., Costa, Denis C. L., Meneses, Lair A. de. **Interdisciplinarity Applied to the Optimized Dispatch of Integrated Electricity and Natural Gas Networks using the Genetic Algorithm**. Research, Society and Development, v. 10, n. 2, p. e42110212641, 2021. DOI: 10.33448/rsd-v10i2.12641. 2021.

CUNHA, Lavínia M. **Estudo das Equações Diferenciais e aplicações em Modelos na Física**. Monografia. Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Graduação em Matemática. 2021.

GURRIA, Angel. **Development Co-operation Report 2017: Data for Development**. <https://www.oecd.org/dac/DCR2017highlights.pdf>. 2017.

KRENN, M.; POLLICE, R.; GUO, S. Y. **On Scientific Understanding with Artificial Intelligence**. Nat Rev Phys 4, 761–769. <https://doi.org/10.1038/s42254-022-00518-3>. 2022.

SILVA, V. **A importância da experimentação no ensino de química e ciências**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (licenciatura - Química) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2016.

ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. **Differential Equation with Boundary-Value Problems**. 3ª ed. ISBN: 85-346-1291-9. Pearson Makron Books. 2001.